

Una Triple Conjunción

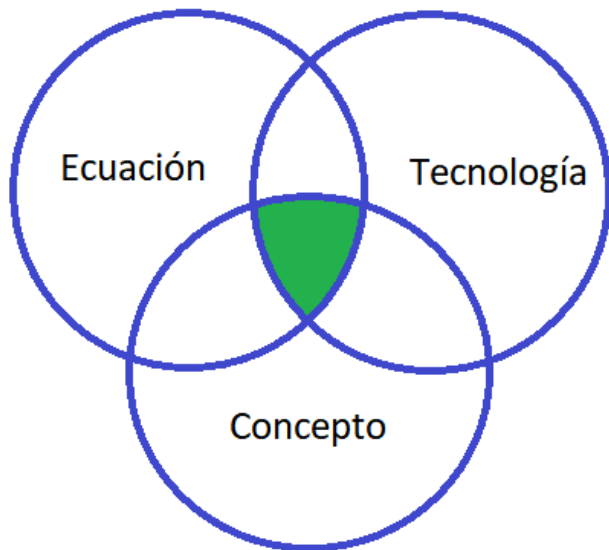
M. C. Leonardi Hernández Sánchez ¹
Dr. Jorge Fujioka Rojas ²

¹Facultad de Ciencias en Física y Matemáticas (FCFM–UNACH)

²Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM)

27 de Septiembre de 2018







John Scott Russell

- En agosto de 1834, Russell observó las olas generadas por el impulso de una lancha en un canal de Escocia.
- Fue fundamentalmente un ingeniero y arquitecto naval, en lugar de un matemático, pero su nombre es bien conocido por los matemáticos aplicados hoy a través de su descubrimiento experimental del *solitón*, aplicable a una amplia clase de ecuaciones diferenciales parciales no lineales.

Lev Petrovich Pitaevskii

- En 1961, Pitaevskii obtuvo la ecuación NLS en 3 + 1 dimensiones al estudiar el comportamiento del helio a muy bajas temperaturas.
- La ecuación obtenida por Pitaevskii es la siguiente [Pitaevskii 1961]:

$$i \frac{\partial u}{\partial t} + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + |u|^2 u = 0. \quad (1)$$

Lev Petrovich Pitaevskii

- En 1961, Pitaevskii obtuvo la ecuación NLS en 3 + 1 dimensiones al estudiar el comportamiento del helio a muy bajas temperaturas.
- La ecuación obtenida por Pitaevskii es la siguiente [Pitaevskii 1961]:

$$i \frac{\partial u}{\partial t} + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + |u|^2 u = 0. \quad (1)$$

Paul L. Kelley

- En 1965, Kelley obtuvo una ecuación similar al estudiar la propagación de un rayo de luz a través de un dieléctrico.
- La ecuación obtenida por Kelley es la siguiente [Kelley 1965]:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + |u|^2 u = 0. \quad (2)$$

Norman Zabusky y Martín Kruskal

- En este mismo año, Zabusky y Kruskal publicaron un artículo en el cual estudiaban el comportamiento de las soluciones de la EDP de gran interés [Zabusky y Kruskal 1965]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} + \delta^2 \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} = 0. \quad (3)$$

- Esta ecuación fue obtenida inicialmente por D.J. Korteweg y G. de Vries en 1895 al estudiar la propagación de ondas en agua.
- Un **Solitón** es una onda estacionaria en forma de un pulso, que es capaz de propagarse por un medio no lineal sin deformarse.

Norman Zabusky y Martín Kruskal

- En este mismo año, Zabusky y Kruskal publicaron un artículo en el cual estudiaban el comportamiento de las soluciones de la EDP de gran interés [Zabusky y Kruskal 1965]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} + \delta^2 \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} = 0. \quad (3)$$

- Esta ecuación fue obtenida inicialmente por D.J. Korteweg y G. de Vries en 1895 al estudiar la propagación de ondas en agua.
- Un **Soliton** es una onda estacionaria en forma de un pulso, que es capaz de propagarse por un medio no lineal sin deformarse.

Otros investigadores

- En 1967, Gardner, Greene, Kruskal y Miura publicaron un método conocido como *inverse scattering transform*, el cual permitía resolver analíticamente la ecuación KdV [Gardner 1967].
- En los siguientes tres años otros investigadores también encontraron la ecuación NLS al descubrir *la propagación de ondas en fluidos profundos* [Zakharov 1968], *en plasmas* [Taniuti 1969] y al describir *la propagación de calor en sólidos* [Tappert y Varma 1970],

$$i \frac{\partial u}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \gamma |u|^2 u = 0. \quad (4)$$

- En 1971, Zakharov y Shabat mostraron que la ecuación NLS podía resolverse por *Inverse scattering* y tenía soluciones tipo solitón.
- Esto demostró la relación entre las ecuaciones KdV y NLS.

V.E. Zakharov y A.B. Shabat

- En 1971, Zakharov y Shabat mostraron que la ecuación NLS podía resolverse por *Inverse scattering* y tenía soluciones tipo solitón.
- Esto demostró la relación entre las ecuaciones KdV y NLS.

Akira Hasegawa y Frederick Tappert

- En 1973, Hasegawa y Tappert mostraron que era factible transmitir pulsos luminosos de muy corta duración a lo largo de fibras ópticas sin que estos se distorsionaran o se traslaparan,

$$i \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \beta_1 \frac{\partial u}{\partial z} + \alpha u \right) + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \gamma |u|^2 u = 0. \quad (5)$$

V.E. Zakharov y A.B. Shabat

- En 1971, Zakharov y Shabat mostraron que la ecuación NLS podía resolverse por *Inverse scattering* y tenía soluciones tipo solitón.
- Esto demostró la relación entre las ecuaciones KdV y NLS.

Akira Hasegawa y Frederick Tappert

- En 1973, Hasegawa y Tappert mostraron que era factible transmitir pulsos luminosos de muy corta duración a lo largo de fibras ópticas sin que estos se distorsionaran o se traslaparan,

$$i \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \beta_1 \frac{\partial u}{\partial z} + \alpha u \right) + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \gamma |u|^2 u = 0. \quad (5)$$

Atenuación de la luz

- La intensidad de la luz disminuye al atravesar una muestra de vidrio de gran espesor,

$$P(x) = P_0 (10)^{-\alpha_{dB} x / 10}. \quad (6)$$

- Las fibras ópticas anteriores a 1970 tenían pérdidas del orden de 1,000 dB/km.
- En 1966, Kao y Hockham descubrieron que esta atenuación se debía a las impurezas del material.
- En 1979, Miya, Terunuma, Hosaka y Miyoshita lograron obtener fibras ópticas con $\alpha_{dB} = 20$ dB/km para $\lambda = 1550$ nm.



L.F. Mollenauer, R.H. Stolen y J. P. Gordon

- En 1980, Mollenauer, Stolen y Gordon reportaron que ya eran capaces de transmitir pulsos luminosos de 7 ps de duración y $\lambda = 1550 \text{ nm}$ a través de las nuevas fibras ópticas, mediante la ecuación [Mollenauer 1980]:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + |u|^2 u = 0. \quad (7)$$

- Este artículo constituye el acta de nacimiento de la nueva tecnología, la cual hace constar que está indisolublemente ligada a la ecuación NLS y al concepto de solitón.
- Esta triple conjunción es uno de los pocos casos en que un problema físico interesante, unas matemáticas novedosas y una tecnología nueva, se conjugan en el lapso de un par de años y fructifican rápidamente.

Ventajas de la fibra óptica sobre el cable de cobre



- **Transmisión de datos a alta velocidad:** cable de cobre 100 Mb/s y en la fibra óptica 10 Gb/s.

Ventajas de la fibra óptica sobre el cable de cobre



- **Transmisión de datos a alta velocidad:** cable de cobre 100 Mb/s y en la fibra óptica 10 Gb/s.
- **Mejor ancho de banda:** En una red inalámbrica o por cable se obtiene menor velocidad al aumentar el número de conexiones.

Ventajas de la fibra óptica sobre el cable de cobre



- **Transmisión de datos a alta velocidad:** cable de cobre 100 Mb/s y en la fibra óptica 10 Gb/s.
- **Mejor ancho de banda:** En una red inalámbrica o por cable se obtiene menor velocidad al aumentar el número de conexiones.
- **Evita interferencias.**

Ventajas de la fibra óptica sobre el cable de cobre



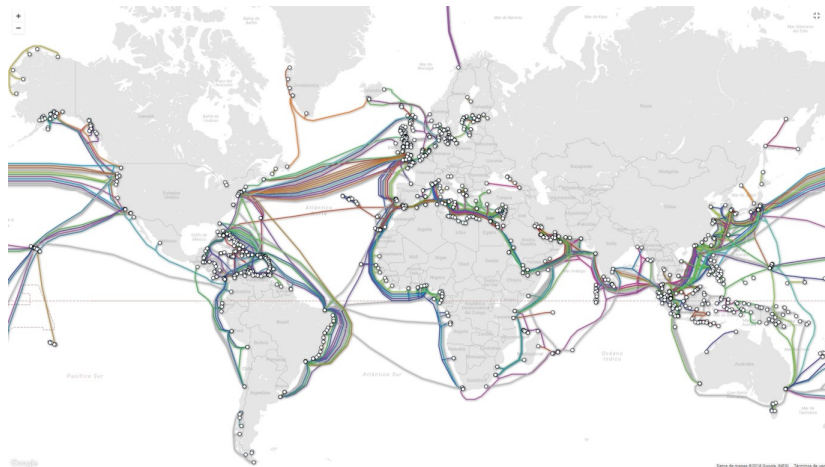
- **Transmisión de datos a alta velocidad:** cable de cobre 100 Mb/s y en la fibra óptica 10 Gb/s.
- **Mejor ancho de banda:** En una red inalámbrica o por cable se obtiene menor velocidad al aumentar el número de conexiones.
- **Evita interferencias.**
- **Mejora la calidad de vídeo y sonido.**

Ventajas de la fibra óptica sobre el cable de cobre



- **Transmisión de datos a alta velocidad:** cable de cobre 100 Mb/s y en la fibra óptica 10 Gb/s.
- **Mejor ancho de banda:** En una red inalámbrica o por cable se obtiene menor velocidad al aumentar el número de conexiones.
- **Evita interferencias.**
- **Mejora la calidad de vídeo y sonido.**
- El séptimo cable submarino TransAtlántico (TAT-7) colocado en 1983 era metálico y el octavo (TAT-8) era de fibras ópticas.

Mapa de cables submarinos



¡Gracias por su atención!

